

Matematica Applicata per la Sostenibilita': Modelli, Calcoli, IA

Prof.ssa Silvia Marconi
Prof. Domenico Vitulano

Programma

L'insegnamento prevede 60 ore di didattica con riferimento agli argomenti di seguito riportati per un totale di 6 CFU.

1) ALGEBRA LINEARE (richiami): spazi vettoriali. Rappresentazione geometrica dei vettori e delle operazioni con vettori. Insiemi di vettori linearmente dipendenti e indipendenti. Rango di un insieme di vettori. Dimensione e base di uno spazio vettoriale. Sottospazi vettoriali. Determinante di una matrice quadrata. Caratteristica o rango di una matrice, Teorema di Rouché-Capelli e teorema di Cramer. Sistemi numerici e parametrici. Sistemi lineari omogenei. Cambiamento di base in uno spazio vettoriale e sue conseguenze sulle componenti di un vettore.

2) APPLICAZIONI LINEARI TRA DUE SPAZI VETTORIALI DI DIMENSIONE FINITA: concetti generali: nucleo e immagine. Associazione di una matrice ad un'applicazione lineare. Cambiamenti di base: cenni. Autovalori e autovettori. Teorema sul legame tra autovalori e (in)dipendenza degli autovettori associati. Diagonalizzazione di un'applicazione lineare.

3) FORME QUADRATICHE: Caratterizzazione di una forma quadratica. Metodo dei minori. Metodo degli autovalori. Teorema condizione necessaria e sufficiente sul segno di una forma quadratica. Forma canonica di una forma quadratica. Forma quadratica vincolata.

4) CALCOLO VETTORIALE: Funzioni di più variabili. Insieme di definizione. Derivate direzionali. Derivate parziali. Derivate parziali di ordine successive al primo. Teorema di Schwarz. Differenziabilità. Gradiente e differenziale totale. Formula del gradiente. Iperpiano tangente. Matrice Hessiana. Matrice Jacobiana. Funzioni omogenee. Teorema di Eulero. Formula di Taylor per funzioni di più variabili.

5) OTTIMIZZAZIONE STATICA: estremanti, estremi locali. Punti stazionari. Punti di sella. Ottimizzazione libera. Condizioni necessarie e sufficienti del secondo ordine (metodo dei minori, degli autovalori e del polinomio caratteristico). Funzioni convesse. Ottimizzazione vincolata. Metodo di esplicitazione. Metodo dei moltiplicatori di Lagrange. Matrice Hessiana orlata. Condizioni necessarie e sufficienti del secondo ordine. Caso generale: n funzioni e p vincoli. Introduzione a Matlab con le su principali funzioni. Fondamenti sul machine learning Cenni storici. I pilastri del machine learning: dati, modelli, learning. Dati come vettori. Modelli come funzioni. Tre fasi principali: Predizione (o inferenza). Training (o stima dei parametri). Selezione del modello (o tuning di iperparametri). Minimi quadrati da un punto di vista numerico e dal punto di vista del machine learning. Training, Validation e testing. Esempi pratici in economia e esercizi in Matlab Riduzione della dimensionalità: storia e Principal Component Analysis. Massima varianza. Covarianza, autovalori e autovettori. MNIST dataset. Esempi in Matlab. Classificazione. Unsupervised learning, Supervised learning, Reinforcement learning. Support Vector Machine. Iperpiani. Derivazione tradizionale di margin, soft margin, Dual Support Vector Machine. Simulazioni in Matlab.